

## دستگاه معادلات خطی

به نام خدا

درس امروزمون درباره دستگاه معادلات خطیه.

ما قبلا حل کردن یه معادله رو یاد گرفتیم، یعنی یاد گرفتیم که اگه یه عبارت داشتیم و داخل این عبارت یه مجهول وجود داشت بطوری مقدار این مجهول رو به دست بیاریم. معادله زیر رو ببینید:

$$4x + 3 = 11$$

هدف از حل این معادله و کلا هر معادله‌ای، مشخص کردن مقدار مجهوله، یعنی در اینجا  $x$  چه مقداری باشه تا این تساوی برقرار باشه.

ما برای حل معادله یه سری قانون داشتیم که از اون قانونها استفاده می‌کردیم تا  $x$  به تنهایی یک سمت معادله باقی بمونه، مثلا در مثال بالا می‌فوایم  $3$  رو سمت راستی تساوی ببریم. از این قانون استفاده می‌کنیم:

اگه عددی بفواد از یه سمت تساوی به سمت دیگه بره، علامتش عوض میشه:

$$4x = 11 - 3 \rightarrow 4x = 8$$

آیا  $x$  تنها مونده؟ خیر، یه ضریب  $4$  هم بهش چسبیده.

پس باید اون ضریب هم حذف شه، چکار کنیم؟ از قانون زیر استفاده می‌کنیم:

اگه یه عدد در متغیرمون ضرب شده بود، برای از بین بردن ضریب، طرفین رو بر اون تقسیم می‌کنیم:

$$4x = 8 \rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2$$

حالا مقدار  $x$  به دست اومد. پس ما موفق شدیم معادله رو حل کنیم.

توجه داشته باشید که هیییچ عدد دیگه ای غیر از ۲ نمی تونه جواب این معادله باشه. یعنی ما آگه یه معادله داشته باشیم که این معادله فقط یک مجهول داشته باشه، برای این معادله فقط یک جواب وجود داره.

هر معادله ای که یه مجهول داشته باشه رو با استفاده از قوانین بالا و چند قانون دیگه که قبلا یاد گرفتیم می تونیم حل کنیم.

حالا آگه تعداد مجهولها از یکی بیشتر شد چکار کنیم؟ مثلا معادله زیر:

$$2x + 4y = 20$$

الان عدد های زیر در معادله ما صدق میکنن، بنابراین میتونن جواب معادله باشن:

$$x = 2, y = 4$$

$$x = 4, y = 1$$

عدد های خیلی زیادی می تونیم پیدا کنیم که جواب این معادله باشن.

بنابراین آگه تعداد مجهولها از تعداد معادله ها بیشتر باشه ما جواب یکتا نداریم.

حالا میفوییم ببینیم آگه دو تا معادله و دو تا مجهول داشته باشیم (یعنی یه دستگاه معادله خطی داشته باشیم)، بطوری باید به جواب برسیم.

برای حل دستگاه معادلات ۳ تا روش کلی داریم که تمرکز ما بیشتر روی روش سوم هست:

۱. روش ترسیمی

۲. روش جایگزینی

۳. روش حذفی

مثال: دستگاه معادلات زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

**روش ترسیمی:**

در این روش باید با استفاده از دو تا معادله ای که داریم، دو تا خط رسم کنیم. محل برخورد این خط ها جواب دستگاه میشه.

بطوری این خطوط رو رسم کنیم؟

دو تا عدد دلخواه به  $x$  میدیم و  $y$  رو به دست میاریم.

بعد دو تا نقطه رو روی محور مشخص کرده و به هم وصل می کنیم.

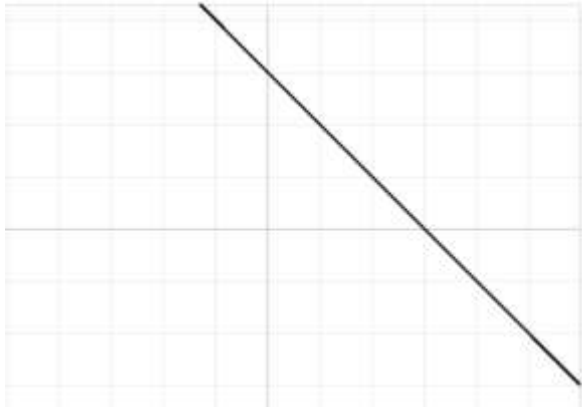
مثلا برای رسم خط  $x - y = 1$ :

اگه  $x = 0$  باشه  $y$  برابر میشه با  $-1$

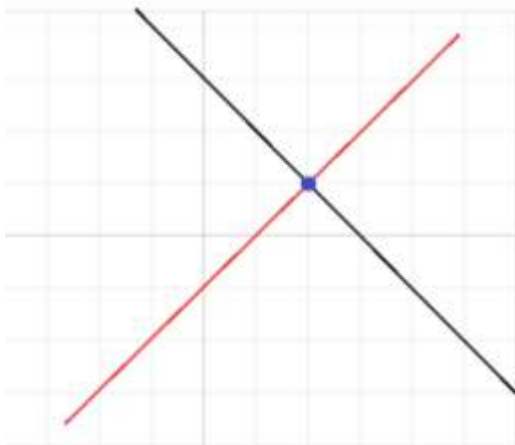
اگه  $x = 1$  باشه  $y$  برابر میشه با  $0$

پس برای رسم خط  $x - y = 1$ ، نقاط  $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  رو روی محور مشخص کرده و هم

وصل می کنیم و امتداد میدیم.



خط  $x + y = 3$  را هم به همین صورت رسم می‌کنیم. نقطه‌ای که این دو تا خط با هم برخورد می‌کنن همیشه جواب دستگاه.



دو تا خط در نقطه  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  همدیگه رو قطع کردن پس جواب دستگاه برابره با:

$$x = 2, y = 1$$

خب همینطور که می‌بینیم روش ترسیمی به روش طولانی برای رسیدن به جوابه، بنابراین کمتر از این روش استفاده میشه.

روش جایگزینی:

در اینجا می‌توانیم مثال قبل رو با روش جایگزینی حل کنیم. برای حل دستگاه به روش جایگزینی به صورت زیر عمل می‌کنیم:

گام ۱. با استفاده از یکی از معادله‌هایی که داریم  $x$  رو بر حسب  $y$  می‌نویسیم (یا  $y$  رو بر حسب  $x$  می‌نویسیم).

در اینجا از معادله  $x - y = 1$  استفاده می‌کنیم:

$$x = y + 1$$

خب تا اینجا تونستیم  $x$  رو بر حسب  $y$  بنویسیم.

گام ۲. توی معادله دومی هر جا که  $x$  داشتیم مقدار معادلش رو می‌نویسیم. (اگه  $y$  رو بر حسب  $x$  به دست آورده بودیم، هر جا که  $y$  داشتیم معادلش رو می‌نویسیم).

پس اینجا از معادله  $x + y = 3$  استفاده می‌کنیم و هر جا  $x$  داشتیم به جاش می‌ذاریم  $y + 1$ :

$$x + y = 3 \rightarrow y + 1 + y = 3 \rightarrow 2y + 1 = 3$$

گام ۳. معادله به دست اومده رو حل می‌کنیم تا مقدار یکی از مجهول‌ها به دست بیاد:

$$2y + 1 = 3 \rightarrow 2y = 2 \rightarrow y = 1$$

گام ۴. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادلات قرار میدیم تا مقدار مجهول بعدی رو هم به دست بیاریم.

به دلفواه معادله  $x - y = 1$  رو انتخاب می‌کنیم و به جای  $y$  قرار میدیم  $1$  تا  $x$  به دست بیاد:

$$x - y = 1 \rightarrow x - 1 = 1 \rightarrow x = 2$$

و به این ترتیب جواب دستگاه به دست می‌اد.

## روش حذفی :

ابتدا قوانین مجاز برای حل دستگاه معادلات رو می‌گیریم و بعد روش گام به گام حل دستگاه با روش حذفی رو با هم می‌بینیم.

استفاده از قوانین زیر برای حل دستگاه معادلات مجاز:

۱. طرفین هر کدوم از معادلات رو می‌تونیم در یه عدد ضرب کنیم.
۲. طرفین هر کدوم از معادلات رو می‌تونیم بر یه عدد تقسیم کنیم.
۳. طرفین هر کدوم از معادلات رو می‌تونیم با یه عدد جمع کنیم.
۴. از طرفین هر کدوم از معادلات می‌تونیم یه عدد رو کم کنیم.
۵. قوانینی که برای حل معادلات یک مجهولی داشتیم، اینجا هم صادق است. استفاده از این قوانین کجا به درد ما می‌فوره؟ در ادامه می‌بینیم.

برای حل دستگاههای معادلات خطی به روش حذفی:

ابتدا یکی از مجهولها رو حذف می‌کنیم تا به یک معادله با یک مجهول برسیم.

بعد از به دست آوردن یکی از مجهولها، اون رو به دلفواه در یکی از معادلات قرار میدیم تا دومین مجهول هم به دست بیاد.

حالا این رو به صورت گام به گام توضیح میدیم:

گام ۱. باید با استفاده از قوانین ۱ یا ۲، کاری کنیم که ضرایب‌های X یا ضرایب‌های Y با هم قرینه بشن.

اگه خودتون قرینه بودن نیاز به انجام این مرحله نیست:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

در اینجا می بینیم که ضریب  $y$  در معادله بالا، با ضریب  $y$  در معادله پایین قرینه همدیگه هستن. پس ما نیاز نیست که اینجا کاری انجام بدیم.

گام ۲. متغیری که ضرایب قرینه داره رو از دو تا معادله فط می زنیم.

الان ضرایب  $y$  قرینه هم هستن پس  $y$  رو در هر دو معادله فط می زنیم:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

گام ۳. دو تا معادله رو با هم جمع می کنیم و به یک معادله با یه مجهول می رسیم.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$x + x = 1 + 3 \rightarrow 2x = 4$$

گام ۴. معادله یک مجهولی رو حل می کنیم تا مقدار یکی از متغیرها به دست بیاد:

$$2x = 4 \rightarrow x = 2$$

گام ۵. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادله ها قرار میدیم تا باز هم به معادله یک مجهولی برسیم.

به دلفواه دومین معادله رو انتخاب می کنیم و به جای  $x$  مقدار  $2$  رو قرار میدیم:

$$x + y = 3 \quad \text{و} \quad 2 + y = 3$$

گام ۶. معادله به دست اومده در گام قبل رو حل می کنیم تا مقدار دومین متغیر رو هم به دست بیاریم.

$$2 + y = 3 \rightarrow y = 3 - 2 \rightarrow y = 1$$

پس جواب دستگاه معادله ما به صورت زیر هست:

$$x = 2, y = 1$$

یه نکته رو توجه داشته باشید، گام ۲ تا ۵ برای حل همه دستگاهها شبیه همه، بایی که شما باید فلاتحیت به فرج بدید و تبصر داشته باشید گام ۱ هست. یعنی باید انقدر تمرین کنید تا سریعا بتونید ضریب‌های یه متغیر رو در دو تا معادله قرینه کنید. یه مثال دیگه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

در اینجا ما باید به دلفواه X یا Y رو حذف کنیم.

فرض کنید تصمیم می‌گیریم که X رو حذف کنیم، پس باید ضریب X در معادله بالا و ضریب X در معادله پایین قرینه بشن.

راحت تر اینکه که ضریب بزرگتر رو تغییر ندیم، بلکه ضریب کوچک رو به قرینه ضریب بزرگ تبدیل کنیم.

ضریب‌های X برابر ۱ و ۴ هستن، با معادله ای که ضریبش ۴ هست کاری نداریم، ضریب X در معادله بالا رو به ۴- تبدیل می‌کنیم. برای این کار باید چیکار کنیم؟ باید معادله بالا رو در عدد ۴- ضرب کنیم:

$$\begin{cases} -4(x - y) = -4 \times 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

پس دستگاه به صورت زیر درمیار:



$$\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

فالا می‌تونیم  $-4x$  و  $4x$  رو در هر دو معادله فط بزنیم؛

گام ۲. متغیری که ضرایب قرینه داره رو از دو تا معادله فط می‌زنیم.

$$\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

۳. دو تا معادله رو با هم جمع می‌کنیم و به یک معادله با یه مجهول می‌رسیم.

$$\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$2y + 4y = -12 + 6 \rightarrow 6y = -6$$

گام ۴. معادله یک مجهولی رو حل می‌کنیم تا مقدار یکی از متغیرها به دست بیاد؛

$$6y = -6 \rightarrow y = -1$$

گام ۵. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادله‌ها قرار میدیم تا باز هم به

یه معادله یک مجهولی برسیم.

در معادله اول قرار میدیم؛

$$x - y = 3 \rightarrow x - (-1) = 3 \rightarrow x + 1 = 3$$

گام ۶. معادله به دست اومده در گام قبل رو حل می‌کنیم تا مقدار دومین متغیر رو هم

به دست بیاریم.

$$x + 1 = 3 \rightarrow x = 3 - 1 \rightarrow x = 2$$

بنابراین جواب دستگاهمون برابر میشه با؛

$$x = 2 \text{ و } y = -1$$

در این سوال آگه می‌فواستیم در مرحله اول  $\gamma$  رو حذف کنیم باید چکار می‌کردیم؟

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

ضرایب  $\gamma$ ،  $2$  و  $-1$  هستن. گفتیم ضریب بزرگتر رو تغییر نمی‌دیم و ضریب کوچکتر رو به قرینه ضریب بزرگتر تبدیل می‌کنیم.

آگه  $-1$  بفواد به  $2$  تبدیل شه باید چکار کنیم؟ باید اون رو در  $2$  ضرب کنیم. پس طرفین معادله اول رو در  $2$  ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2(x - y) = 2 \times 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} 2x - 2y &= 6 \\ 4x + 2y &= 6 \end{aligned}$$

حالا ضرایب  $\gamma$  قرینه هستن و می‌تونیم اونو رو حذف کنیم و حل رو ادامه بدیم.

این که بفوایم  $x$  رو حذف کنیم یا  $\gamma$ ؛ کاملاً به انتقاب فودمون بستگی داره ولی معمولاً اونو رو حذف می‌کنیم که راحتتر حذف میشه و نیاز به محاسبات کمتری داره. ما حل کردن دستگاه معادلات رو به روشهای مختلف یاد گرفتیم. سوالهای مربوط به این مبحث به یکی از این دو صورته:

۱. یه دستگاه بهمون میدن و باید جواب رو به دست بیاریم (که یاد گرفتیم)

۲. با استفاده از اطلاعات صورت سوال باید فودمون دستگاه معادلات رو تشکیل بدیم و بعد حل کنیم.

برای اینکه با فرم ۴ دو سوالها بیشتر آشنا بشیم تمرینهای کتاب رو با هم حل می‌کنیم.

حل تمرین صفحه ۱۱۲

دستگاه معادله‌های فخطی

۱- دستگاه‌های زیر را حل کنید.

$$۱) \begin{cases} 2(x-y) + 3y = 4 \\ 3x - 2(2x-y) = 7 \end{cases}$$

$$۲) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{3} = \frac{1}{6} \\ x+y = 4 \end{cases}$$

قسمت ۱.

ابتدا تا جایی که می‌تونیم معادله‌ها رو ساده می‌کنیم:

$$2(x-y) + 3y = 4 \rightarrow 2x - 2y + 3y = 4 \rightarrow 2x + y = 4$$

$$3x - 2(2x-y) = 7 \rightarrow 3x - 4x + 2y = 7 \rightarrow -x + 2y = 7$$

حالا با این دو معادله یه دستگاه تشکیل میدیم تا  $x$  و  $y$  به دست بیاد:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

گام ۱. باید کاری کنیم که ضریبهای  $x$  یا ضریبهای  $y$  با هم قرینه بشن.

معادله بالا رو در  $-۲$  ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} -4x - 2y = -8 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

ضریبهای  $y$  در دو معادله قرینه شدن.

گام ۲. متغیری که ضرایب قرینه داره رو از دو تا معادله فخط می‌زنیم.

$$\begin{cases} -4x - 2y = -8 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

گام ۳. دو تا معادله رو با هم جمع می‌کنیم و به یک معادله با یک مجهول می‌رسیم.

$$\begin{cases} -4x - 2y = -8 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$-4x - x = -8 + 7 \rightarrow -5x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{5}$$

گام ۴. معادله یک مجهولی رو حل می‌کنیم تا مقدار یکی از متغیرها به دست بیاد:

$$-5x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{5}$$

گام ۵. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادله‌ها قرار میدیم تا باز هم به یک معادله یک مجهولی برسیم.

به دلفواه اولین معادله رو انتخاب می‌کنیم و به جای  $x$  مقدار  $\frac{1}{5}$  رو قرار میدیم:

$$-4x - 2y = -8 \quad , \quad (-4 \times \frac{1}{5}) - 2y = -8$$

گام ۶. معادله به دست اومده در گام قبل رو حل می‌کنیم تا مقدار دومین متغیر رو هم به دست بیاریم.

$$-\frac{4}{5} - 2y = -8 \rightarrow -2y = -8 + \frac{4}{5} = -\frac{36}{5} \rightarrow y = \frac{18}{5}$$

پس جواب دستگاه معادله ما به صورت زیر هست:

$$x = -\frac{4}{5} \quad , \quad y = \frac{18}{5}$$

شماره ۲.

برای معادله اول مخرج مشترک می‌گیریم تا راحت‌تر بتوانیم جواب رو به دست بیاریم.

$$\frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{3} = \frac{1}{6}$$

مخرج مشترک رو برابر ۶ در نظر می‌گیریم:

$$\frac{3(x-1)}{6} - \frac{2(y-1)}{6} = \frac{1}{6}$$

چون مخرج همه‌ی کسرها با هم برابر شدن، دیگه به مخرجها کاری نداریم و معادله رو بدون نوشتن مخرج، بازنویسی می‌کنیم:

$$3(x-1) - 2(y-1) = 1$$

ساده می‌کنیم:

$$3x - 3 - 2y + 2 = 1 \rightarrow 3x - 2y = 2$$

حالا با این معادله‌ها دستگاه تشکیل میدیم:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

گام ۱. باید کاری کنیم که ضرایبهای X یا ضرایبهای Y با هم قرینه بشن.

معادله پایین رو در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

ضرایب Y در دو معادله قرینه هستن.

گام ۲. متغیری که ضرایب قرینه داره رو از دو تا معادله فط می‌زنیم.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

گام ۳. دو تا معادله رو با هم جمع می‌کنیم و به یک معادله با یک مجهول می‌رسیم.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$3x + 2x = 2 + 8 \rightarrow 5x = 10$$

گام ۴. معادله یک مجهولی رو حل می‌کنیم تا مقدار یکی از متغیرها به دست بیاد:

$$5x = 10 \rightarrow x = 2$$

گام ۵. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادله‌ها قرار میدیم تا باز هم به یک معادله یک مجهولی برسیم.

به دلفواه دومین معادله رو انتخاب می‌کنیم و به جای  $x$  مقدار ۲ رو قرار میدیم:

$$x + y = 4 \quad \text{و} \quad 2 + y = 4$$

گام ۶. معادله به دست اومده در گام قبل رو حل می‌کنیم تا مقدار دومین متغیر رو هم به دست بیاریم.

$$2 + y = 4 \rightarrow y = 2$$

پس جواب دستگاه معادله ما به صورت زیر هست:

$$x = 2 \quad \text{و} \quad y = 2$$

۲- یک جواب برای  $x$  و  $y$  طوری تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد.

$$2^{2x-y-2} = 3^{x+y-1}$$

اگه توان هر دو برابر صفر باشه با هم برابر میشن.

$$2^0 = 3^0 \rightarrow 1 = 1$$

پس توانها رو برابر صفر قرار میدیم:

$$x + y - 1 = 0$$

$$2x - y - 2 = 0$$

با این دو معادله یه دستگاه تشکیل میدیم و  $x$  و  $y$  رو به دست میاریم:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

گام ۱. باید کاری کنیم که ضریبهای  $x$  یا ضریبهای  $y$  با هم قرینه بشن.

در اینجا می بینیم که ضریب  $y$  در معادله بالا، با ضریب  $y$  در معادله پایین قرینه همدیگه هستن. پس ما نیاز نیست که اینجا کاری انجام بدیم.

گام ۲. متغیری که ضرایب قرینه داره رو از دو تا معادله فط می زنیم.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

گام ۳. دو تا معادله رو با هم جمع می کنیم و به یک معادله با یه مجهول می رسیم.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$2x + x = 1 + 2 \rightarrow 3x = 3$$

گام ۴. معادله یک مجهولی رو حل می کنیم تا مقدار یکی از متغیرها به دست بیاد:

$$3x = 3 \rightarrow x = 1$$

گام ۵. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادله ها قرار میدیم تا باز هم به یه معادله یک مجهولی برسیم.

به دلفواه اولین معادله رو انتخاب می کنیم و به جای  $x$  مقدار ۱ رو قرار میدیم:

$$x + y = 1 \quad , \quad 1 + y = 1$$

گام ۶. معادله به دست آورده در گام قبل رو حل می‌کنیم تا مقدار دومین متغیر رو هم به دست بیاریم.

$$1 + y = 1 \quad \rightarrow \quad y = 0$$

پس جواب دستگاه معادله ما به صورت زیر هست:

$$x = 1 \quad , \quad y = 0$$

۳- معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط  $x-y=1$  و  $x+y=1$  بگذرد و شیب آن  $-\frac{2}{3}$  باشد.

شیب خط رو به ما داده، پس با داشتن یک نقطه از خط، می‌تونیم معادله خط رو بنویسیم.

نقطه رو بطوری به دست بیاریم؟ نقطه از تقاطع دو تا خط داده شده به دست میاد. یعنی در هر دو معادله صدق می‌کنه. پس برای این منظور با دو تا معادله داده شده یه دستگاه تشکیل میدیم تا  $x$  و  $y$  به دست بیاد:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

گام ۱. باید کاری کنیم که ضریبهای  $x$  یا ضریبهای  $y$  با هم قرینه بشن.

در اینجا می‌بینیم که ضریب  $y$  در معادله بالا، با ضریب  $y$  در معادله پایین قرینه هم‌رنگه هستن. پس ما نیاز نیست که اینجا کاری انجام بدیم.

گام ۲. متغیری که ضرایب قرینه داره رو از دو تا معادله خط می‌زنیم.



$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

گام ۳. دو تا معادله رو با هم جمع می‌کنیم و به یک معادله با یک مجهول می‌رسیم.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$x + x = 1 + 1 \rightarrow 2x = 2$$

گام ۴. معادله یک مجهولی رو حل می‌کنیم تا مقدار یکی از متغیرها به دست بیاد:

$$2x = 2 \rightarrow x = 1$$

گام ۵. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادله‌ها قرار میدیم تا باز هم به یک معادله یک مجهولی برسیم.

به دلفواه اولین معادله رو انتخاب می‌کنیم و به جای  $x$  مقدار  $1$  رو قرار میدیم:

$$x + y = 1 \quad \text{و} \quad 1 + y = 0$$

گام ۶. معادله به دست اومده در گام قبل رو حل می‌کنیم تا مقدار دومین متغیر رو هم به دست بیاریم.

$$1 + y = 0 \rightarrow y = -1$$

پس جواب دستگاه معادله ما به صورت زیر هست:

$$x = 1 \quad \text{و} \quad y = -1$$

حالا با استفاده از شیب خط و این نقطه که به دست آوردیم، معادله خط رو می‌نویسیم.

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - (-1) = -\frac{2}{3}(x - 1) \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} - 1$$

۴- در معادله  $y=ax+1$  اگر به جای  $a$  عددهای مختلفی قرار دهیم، معادله‌های زیادی به دست می‌آید. به ازای  $a=1$  و  $a=2$  و  $a=-1$  این خط‌ها را رسم کنید؛ این خطوط چه ویژگی مشترکی دارند؟  
به ازای  $a=1$  :

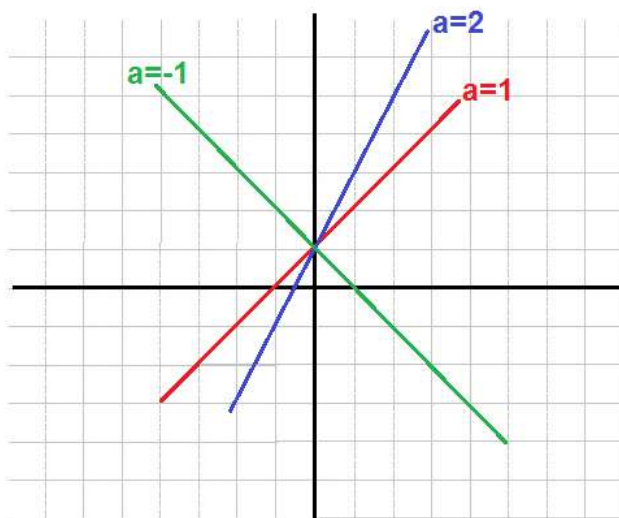
$$y = x + 1$$

به ازای  $a=2$  :

$$y = 2x + 1$$

به ازای  $a=-1$  :

$$y = -x + 1$$



هر سه خط در نقطه  $(0, 1)$  با هم برخورد دارند.

۵- در یک مزرعه، ۲۰ شترمرغ و گاو وجود دارد. پاهای آنها ۵۶ عدد است. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گاو وجود دارد؟ (شترمرغ ۲ پا و گاو ۴ پا دارد)  
تعداد شترمرغها رو با  $x$  و تعداد گاوها رو با  $y$  نشون میدیم.  
تعداد گاوها و شترمرغها روی هم ۲۰ تا هست، یعنی:

$$x + y = 20$$

تعداد پاهای اونها برابر ۵۶ هست.

X تا شتر مرغ داریم که هر شتر مرغ ۲ تا پا داره، پس تعداد پاهای شتر مرغها  $2x$  میشه.

Y تا گاو داریم که هر گاو ۴ تا پا داره، پس تعداد پاهای شتر مرغها برابر  $4y$  میشه.

بنابراین:

$$2x + 4y = 56$$

با این دو تا معادله یه دستگاه تشکیل میدیم تا X و Y به دست بیاد.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

گام ۱. باید کاری کنیم که ضرایبهای X یا ضرایبهای Y با هم قرینه بشن.

معادله اول رو در ۲ ضرب می‌کنیم، در این صورت ضرایب X در دو معادله قرینه میشه.

$$\begin{cases} -2x - 2y = -40 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

گام ۲. متغیری که ضرایب قرینه داره رو از دو تا معادله فط می‌زنیم.

$$\begin{cases} -\cancel{2}x - 2y = -40 \\ \cancel{2}x + 4y = 56 \end{cases}$$

گام ۳. دو تا معادله رو با هم جمع می‌کنیم و به یک معادله با یه مجهول می‌رسیم.

$$\begin{cases} -\cancel{2}x - 2y = -40 \\ \cancel{2}x + 4y = 56 \end{cases}$$

---

$$-2y + 4y = -40 + 56 \rightarrow 2y = 16$$

گام ۴. معادله یک مجهولی رو حل می‌کنیم تا مقدار یکی از متغیرها به دست بیاد:

$$2y = 16 \rightarrow y = 8$$

گام ۵. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادله‌ها قرار میدیم تا باز هم به معادله یک مجهولی برسیم.

به دلفواه اولین معادله رو انتخاب می‌کنیم و به جای  $y$  مقدار ۸ رو قرار میدیم:

$$x + y = 20 \quad \text{و} \quad x + 8 = 20$$

گام ۶. معادله به دست اومده در گام قبل رو حل می‌کنیم تا مقدار دومین متغیر رو هم به دست بیاریم.

$$x + 8 = 20 \rightarrow x = 20 - 8 \rightarrow x = 12$$

پس جواب دستگاه معادله ما به صورت زیر هست:

$$x = 12 \quad \text{و} \quad y = 8$$

یعنی ۱۲ شتر مرغ و ۸ گاو در این مزرعه وجود داره.

۶- دستگاه معادله خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

آیا این دستگاه جواب دارد؟

شیب هر دو خط را به دست آورید. توضیح دهید چرا نقطه مشترکی به عنوان جواب معادله به دست نمی‌آید.

اگه دو خط با هم موازی باشن معادله جواب نداره، چون دو خط در هیچ نقطه‌ای با هم برخورد نمیکنن.

دو خط چه زمانی موازین؟ زمانی که شیب مساوی داشته باشن. پس شیب دو خط رو به دست میاریم، اگه با هم مساوی بودن، اونوقت میگی دو خط موازی هستن و این دستگاه جواب نداره.

$$2x - 3y = 7 \rightarrow -3y = -2x + 7 \rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3} \rightarrow \text{شیب} = \frac{2}{3}$$

$$4x - 6y = 5 \rightarrow -6y = -4x + 5 \rightarrow y = \frac{-4}{-6}x - \frac{5}{6} \rightarrow$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3} \rightarrow \text{شیب} = \frac{2}{3}$$

شیب دو خط برابره، در نتیجه دستگاه جواب نداره.

۷- مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و اختلاف آنها ۲۶ سال است. سن هریک را با تشکیل دستگاه معادلات به دست آورید.

سن پدر علی رو با  $x$  نشون میدیم و سن علی رو با  $y$

مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال هست، یعنی:

$$x + y = 70$$

اختلاف سن علی و پدرش ۲۶ سال هست، یعنی:

$$x - y = 26$$

با این دو معادله یه دستگاه تشکیل میدیم تا  $x$  و  $y$  به دست بیان:

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = 26 \end{cases}$$

گام ۱. باید کاری کنیم که ضریبهای X یا ضریبهای Y با هم قرینه بشن.

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = 26 \end{cases}$$

در اینجا می بینیم که ضریب Y در معادله بالا، با ضریب Y در معادله پایین قرینه هم‌رنگه هستن. پس ما نیاز نیست که اینجا کاری انجام بدیم.

گام ۲. متغیری که ضرایب قرینه داره رو از دو تا معادله فط می‌زنیم.

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 70 \\ x - \cancel{y} = 26 \end{cases}$$

گام ۳. دو تا معادله رو با هم جمع می‌کنیم و به یک معادله با یه مجهول می‌رسیم.

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 70 \\ x - \cancel{y} = 26 \end{cases}$$

---

$$x + x = 70 + 26 \rightarrow 2x = 96$$

گام ۴. معادله یک مجهولی رو حل می‌کنیم تا مقدار یکی از متغیرها به دست بیاد:

$$2x = 96 \rightarrow x = 48$$

گام ۵. مقدار به دست اومده رو به دلفواه در یکی از معادله‌ها قرار میدیم تا باز هم به یه معادله یک مجهولی برسیم.

به دلفواه اولین معادله رو انتخاب می‌کنیم و به جای X مقدار ۴۸ رو قرار میدیم:

$$x + y = 70 \quad \text{و} \quad 48 + y = 70$$

گام ۶. معادله به دست اومده در گام قبل رو حل می‌کنیم تا مقدار دومین متغیر رو هم به دست بیاریم.

$$48 + y = 70 \rightarrow y = 70 - 48 \rightarrow y = 22$$

پس جواب دستگاه معادله ما به صورت زیر هست:

$$x = 48 \text{ و } y = 22$$

یعنی سن علی ۲۲ و سن پدرش ۴۸ سال هست.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

[www.riazibaham.ir](http://www.riazibaham.ir)

و کانال‌های [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam9](https://www.instagram.com/RiaziBaHam9)

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.